

## Deuxième contrôle continu 2009

[Version 1]

**Exercice 1.** Soit  $U_n$  une suite des v.a. uniformes en  $]1 - 1/n, 1[$  et  $X_n = -\log(U_n)$ . Que peut-on dire sur la convergence en loi des variables  $Z_n = nX_n$  ?

**Exercice 2.** Soit  $X$  la v.a. continue de loi  $f(x) = ae^{-a|x|}$  pour  $a > 0$ . Trouver l'estimateur de maximum de vraisemblance pour  $a$ . Est-il biaisé ?

**Exercice 3.** Soit  $X \sim \Gamma(a, 1)$  avec  $a > 0$ . Trouver une statistique exhaustive pour  $a$ .

**Exercice 4.** Soient  $V \sim \chi^2(n)$  et  $W \sim \chi^2(m)$  deux v.a. indépendantes. Calculer  $\mathbb{E}[(V + W)^2]$ .