

Première contrôle continu

Exercice 1. Soit (X, Y) un vecteur gaussien de moyenne nulle et matrice de covariance $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Donner la loi de la v.a. $Z = 2X - 3Y$
- b) Calculer $\mathbb{P}(X > Y - 2)$.

Exercice 2. Soient X, Y, Z des v.a. indépendantes telles que $X \sim \mathcal{N}(0, 4)$, $Y \sim \mathcal{N}(0, 4)$ et $Z \sim \mathcal{E}(1/2)$. Donner la densité de la v.a. $W = X^2 + Y^2 + 4Z$.

Exercice 3. Soit X, Y un couple aléatoire de densité

$$f_{X,Y}(x, y) = c(\mathbb{I}_{y \in [-1, 0[} \mathbb{I}_{x \in [-1, 0[} + \mathbb{I}_{y \in]0, 1]} \mathbb{I}_{x \in]0, 1]}).$$

- a) Déterminer c .
- b) Montrer que X, Y ne sont pas indépendantes.