

TD1s. (supplément) Intégrales doubles.

Exercice 1. Calculer les intégrales $\int_D f(x, y) dx dy$ dans les cas suivants :

- a) $f(x, y) = \log(1 + x + y)$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.
- b) $f(x, y) = e^{x^2}$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq x/3\}$.
- c) $f(x, y) = xy$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \leq y \leq 2 - x^2\}$.
- d) $f(x, y) = x^2y$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x \leq y \leq 1\}$.

Exercice 2. Déterminer k pour que les fonctions suivantes soient des densités:

- a) $f(x, y) = k/(x + y)^3 \mathbb{I}_D(x, y)$ avec $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 1, y \geq 1, x + y \leq 3\}$
- b) $f(x, y) = k\sqrt{x^2 + y^2} \mathbb{I}_D(x, y)$ avec $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$
- c) $f(x, y) = k \mathbb{I}_D(x, y)$ avec $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x/a \leq y \leq ax, 1/(ax) \leq y \leq a/x, x > 0\}$ étant a un paramètre tel que $a > 1$.