

## Examen d'Analyse des fonctions booléennes

Le format de l'examen sera le suivante. Une interrogation orale au tableau de 45 min portant sur le contenu du cours (poly 1 et poly 2 seulement). Vous aurez à votre disposition un photocopié du cours qui sera possible consulter pendant l'interrogation. Vous ne pourrez pas consulter vos propres notes. Les questions susceptibles de vous être soumises seront les suivantes (une ou plusieurs).

1. Énoncer et expliquer le théorème d'Arrow et le paradoxe de Condorcet. Expliquer le codage des relations de préférence avec un vecteur des fonctions booléennes.
2. Expliquer la notion d'invariance d'une fonction booléenne par un sous-groupe transitif de permutation et donner deux exemples d'une fonction qui n'est pas symétrique, qui est symétrique par tout le groupe de permutations et qui est symétrique seulement par un sous-groupe stricte et transitif.
3. Expliquer la notion de caractère du groupe  $\{\pm 1\}^n$ , déterminer toutes les caractères et donner les propriétés principales de la transformée de Fourier pour les fonctions sur  $\{\pm 1\}^n$  (complétude, orthogonalité, formule de Plancherel).
4. Énoncer, expliquer et prouver le théorème de BLR (Thm. 10 du poly 1).
5. Énoncer, expliquer et prouver le lemme de Friedgut (Lemma 11 du poly 1).
6. Énoncer, expliquer et prouver le Theoreme 13 du poly 1.
7. Énoncer, expliquer et prouver le Lemma 14 et Corollaire 15.
8. Énoncer, expliquer et prouver le Theoreme 1 et Corollaire 3 du poly 2.
9. Montrer que  $\limsup_n W_1(f) \leq 2/\pi$  (page 3 poly 2).
10. Définir l'opérateur de bruit  $T_\rho$  et montrer qu'il est diagonale sur la base de Fourier donnée par les caractères. (Lemma 6, poly 2).
11. Énoncer, expliquer et prouver le Lemma 8 poly 2 (Lemma de Sheppard).
12. Donner le schéma de preuve du Theoreme 9 du poly 2 (Inégalité de Bonami-Gross-Beckner).
13. Expliquer la notion d'influence et montrer le Lemma 12 poly 2.
14. Énoncer, expliquer et prouver le Theoreme 11 poly 2 (KKL).
15. Énoncer, expliquer et prouver le Theoreme 13 poly 2 (Friedgut).